

#10, октябрь 2015

УДК 621.039.6

## Области устойчивости термоядерного горения

*Светлов А.С., студент*

*Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
кафедра «Теплофизика»*

*Научный руководитель: Чирков А.Ю., д.ф.-м.н., профессор  
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
кафедра «Теплофизика»*

*[chirkov@bmstu.ru](mailto:chirkov@bmstu.ru)*

### 1. Введение

Вопрос об устойчивости стационарных рабочих режимов является актуальным для будущих промышленных термоядерных энергоустановок. Термоядерная плазма подвержена многим неустойчивостям от микронеустойчивостей кинетической природы до глобальных магнитогидродинамических (МГД) неустойчивостей [1]. Микронеустойчивости не приводят к распаду плазменной конфигурации, но вызывают ускоренный уход (аномальный транспорт) плазмы из магнитной ловушки. По этой причине размер термоядерного реактора значительно превышает оценку в предположении классических механизмов переноса. Вместе с тем сегодня достигнуто достаточно глубокое понимание причин микротурбулентности и связанных с ней механизмов аномального транспорта [2]. Известны возможности его снижения при формировании транспортных барьеров и режимов с улучшенным удержанием. В свое время это позволило примерно в два раза снизить размеры и стоимость проекта международного термоядерного экспериментального реактора ITER [3]. Области МГД-устойчивого удержания также подробно исследованы. Можно сказать, что, не смотря на научную остроту имеющихся проблем, получение глобально устойчивой плазмы с приемлемым уровнем микротурбулентности сегодня относится к хорошо отработанным термоядерным технологиям.

Для термоядерного реактора как промышленной энергоустановки важно поддержание рабочих параметров в пределах допустимых отклонений. Поэтому представляется необходимым проанализировать динамические свойства баланса энергии

термоядерной плазмы. Для этого рассматриваются отклонения следующих макроскопических параметров: радиус плазменного шнура  $a$ , плотность (концентрация) плазмы  $n$  и температура  $T$ . Такой выбор неслучаен. Во-первых, именно эти три параметра определяют энергию плазмы. А, во-вторых, время удержания энергии  $\tau$  зависит от этих параметров. Зависимость времени удержания (закон удержания) может носить неустойчивый характер, при котором вариации энергии, вызванные вариациями какого-либо из параметров  $a$ ,  $n$ ,  $T$ , неограниченно возрастают. Данная проблема была сформулирована в предыдущей работе [4].

Целью настоящей работы является поиск качественных условий, при выполнении которых законы удержания соответствуют устойчивому стационарному режиму термоядерного горения.

## 2. Баланс энергии и критерий Лоусона

Режим работы термоядерного реактора принципиально отличается от режимов современных экспериментальных установок термоядерного синтеза. Во-первых, значительная доля нагрева плазмы приходится на термоядерное энерговыделение, зависящее от параметров плазмы. Поэтому необходимо учитывать характер возникающих обратных связей. Во-вторых, к стационарной работе реактора предъявляются требования по допустимым отклонениям параметров, соблюдение которых также требует анализа методами теории регулирования.

Анализ термоядерного горения рассматривается на основе уравнения энергобаланса плазмы [5, 6]

$$\frac{\partial W}{\partial t} = P_{ext} + 0.2P_{fus} - P_r - \frac{W}{\tau}, \quad (1)$$

где  $W$  – тепловая энергия плазмы,  $P_{ext}$  – мощность внешнего нагрева,  $P_{fus}$  – термоядерная мощность (20 % энергии выделяется с заряженными альфа-частицами, которые греют плазму; 80 % приходится на нейтроны, которые сразу покидают плазму),  $P_r$  – мощность излучения,  $\tau$  – время удержания энергии.

Используем следующие выражения для составляющих энергобаланса:

$$W = \frac{3}{2}nk_BTV, \quad (2)$$

$$P_{fus} = n_D n_T \langle \sigma v \rangle E_{fus} V, \quad (3)$$

$$P_r = 8.5\alpha r_e^2 m_e c^3 Z_{eff}^2 n_e^2 \sqrt{\frac{k_B T}{m_e c^2}} V, \quad (4)$$

где  $n = n_D + n_T + n_e$  – концентрация (плотность) плазмы,  $n_D$  – концентрация дейтерия,  $n_T$  – концентрация трития,  $n_e$  – концентрация электронов,  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура плазмы (температуры ионов и электронов считаются одинаковыми),  $V$  – объем плазмы,  $\langle \sigma v \rangle$  – параметр скорости реакции,  $E_{fus}$  – энергия реакции,  $\alpha$  – постоянная тонкой структуры,  $r_e$  – классический радиус электрона,  $m_e$  – масса электрона,  $c$  – скорость света,  $Z_{eff}^2$  – эффективный квадрат заряда ионов плазмы.

В выражениях (1)–(4) все величины измеряются в единицах системы СИ. Объем тороидальной плазмы  $V \approx 2\pi^2 Aka^3$ , где  $A = R/a$  – аспектное отношение,  $R$  – радиус оси тороида,  $a$  – малый радиус сечения плазменного шнура,  $k$  – коэффициент вытянутости сечения. Для параметра скорости реакции используем приближенное выражение [7]  $\langle \sigma v \rangle \approx 1.1 \cdot 10^{-24} T^2$ , где температура ионов  $T$  измеряется в кэВ (килоэлектронвольтах). Выражение (4) для радиационных потерь соответствует мощности тормозного излучения. Величина  $Z_{eff}^2$  в (4) учитывает наличие примесей в плазме, а также может включать различные поправки и другие механизмы излучения. Для чистой дейтериево-третиевой плазмы  $Z_{eff}^2 \approx 1$ . Для учета примесей и поправок следует увеличить эту величину и принять, например,  $Z_{eff}^2 \approx 2$ .

Мощность внешнего нагрева  $P_{ext}$  в нашем анализе считается постоянной в заданном режиме. Она задается коэффициентом усиления мощности

$$Q = P_{fus} / P_{ext}. \quad (5)$$

Для анализа закона удержания в общем виде представим его следующим образом:

$$\tau = \tau_0 (a/a_0)^{b_a} (n/n_0)^{b_n} (T/T_0)^{b_T}, \quad (6)$$

где  $a_0, n_0, T_0$  – номинальные значения параметров;  $a, n, T$  – значения параметров с учетом отклонений,  $\tau_0$  – время удержания в номинальном режиме.

В устойчивом режиме время удержания не должно возрастать слишком быстро с ростом параметров  $a, n, T$ . Следовательно, для показателей  $b_a, b_n, b_T$  существуют критические значения, ограничивающие сверху эти величины в устойчивых режимах.

Величины (2)–(4) запишем следующим образом:

$$W = c_W n T a^3, \quad (7)$$

$$P_{fus} = c_f n^2 T^2 a^3, \quad (8)$$

$$P_r = c_r Z_{eff}^2 n^2 \sqrt{T} a^3, \quad (9)$$

где коэффициенты  $c_w$ ,  $c_f$ ,  $c_r$  обеспечивают связь выражений (7) – (9) с выражениями (2) – (4).

В результате преобразований баланс энергии принимает следующий вид:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = F(a, n, T), \quad (10)$$

$$F(a, n, T) = \frac{c_f n_0^2 T_0^2 a_0^3}{Q} + 0.2 c_f n^2 T^2 a^3 - c_r Z_{eff}^2 n^2 \sqrt{T} a^3 - \frac{c_w n T a^3}{\tau_0} \left( \frac{a}{a_0} \right)^{-b_a} \left( \frac{n}{n_0} \right)^{-b_n} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{-b_T}. \quad (11)$$

В (11) учтены постоянство внешнего нагрева и его связь с термоядерной мощностью согласно (5).

Для стационарного рабочего режима  $F(a_0, n_0, T_0) = 0$ , откуда следует параметр Лоусона

$$L(T_0) = n_0 \tau_0 = \frac{c_w}{(Q^{-1} + 0.2) c_f T_0 - c_r Z_{eff}^2 T_0^{-1/2}}. \quad (12)$$

Зависимости параметра Лоусона для режимов с различными  $Q$  приведены на рис. 1. Как можно видеть, при низких температурах ( $T \sim 5$  кэВ) параметр Лоусона резко снижается с ростом  $T$ . При этом рост термоядерной мощности начинает опережать рост потерь. При достаточно высоких температурах ( $T \sim 10$  кэВ) параметр Лоусона изменяется слабее.

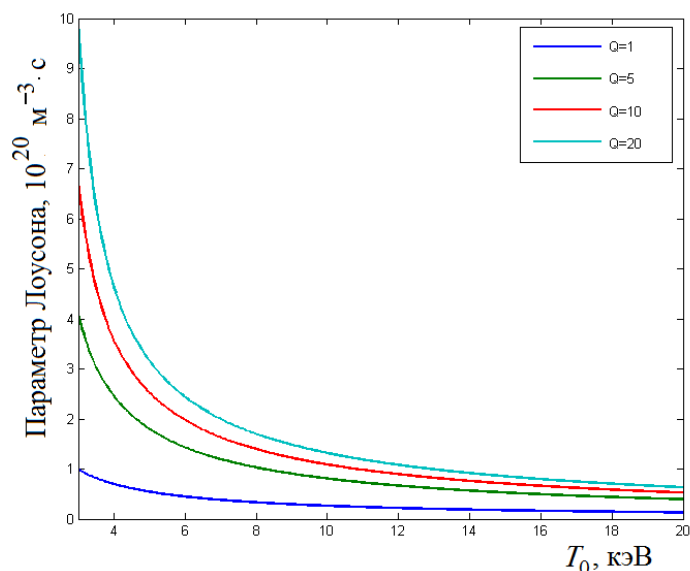


Рис. 1. Параметр Лоусона при  $Z_{eff}^2 = 1$  и  $Q = 1, 5, 10, 20$

### 3. Исследование устойчивости

Устойчивость термоядерного горения математически формулируется как устойчивость стационарных решений  $a = a_0, n = n_0, T = T_0$  уравнения (10) с правой частью (11). Так как  $W$  является возрастающей функцией параметров  $a, n, T$ , то условия устойчивости имеют следующий вид:

$$\frac{\partial F}{\partial a} < 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial F}{\partial n} < 0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial F}{\partial T} < 0 \quad (15)$$

при  $a = a_0, n = n_0, T = T_0$ .

Дифференцирование выражения (11) дает

$$\frac{\partial F}{\partial a} = \frac{3}{a} \left( 0.2c_f n^2 T^2 a^3 - c_r Z_{eff}^2 n^2 \sqrt{T} a^3 - \frac{c_W n T a^3}{\tau} \right) + \frac{b_a}{a} \frac{c_W n T a^3}{\tau}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial F}{\partial n} = \frac{2}{n} \left( 0.2c_f n^2 T^2 a^3 - c_r Z_{eff}^2 n^2 \sqrt{T} a^3 - \frac{c_W n T a^3}{\tau_0} \right) + \frac{c_W n T a^3}{n\tau} + \frac{b_n}{n} \frac{c_W n T a^3}{\tau}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial F}{\partial T} = 0.4c_f n^2 T a^3 - \frac{c_r Z_{eff}^2 n^2 a^3}{2\sqrt{T}} - \frac{c_W n a^3}{\tau} + \frac{b_T}{T} \frac{c_W n T a^3}{\tau}. \quad (18)$$

В (16) и (17) выражения в скобках равны  $-P_{ext} = -P_{fus}/Q$ . С учетом (12) при  $a = a_0$ ,

$n = n_0, T = T_0$  получаем условия устойчивости:

$$b_a < \frac{3c_f T_0}{Q[(Q^{-1} + 0.2)c_f T_0 - c_r Z_{eff}^2 T_0^{-1/2}]}, \quad (19)$$

$$b_n < \frac{2c_f T_0}{Q[(Q^{-1} + 0.2)c_f T_0 - c_r Z_{eff}^2 T_0^{-1/2}]} - 1, \quad (20)$$

$$b_T < 1 - \frac{0.4c_f T_0 - 0.5c_r Z_{eff}^2 T_0^{-1/2}}{(Q^{-1} + 0.2)c_f T_0 - c_r Z_{eff}^2 T_0^{-1/2}}. \quad (21)$$

Критические значения показателей зависят только от рабочей температуры  $T_0$ . На рис. 2–4 показаны области устойчивости для показателей  $b_a, b_n, b_T$  при различных  $Q$  и  $Z_{eff}^2$ . Устойчивые значения находятся под соответствующими кривыми.

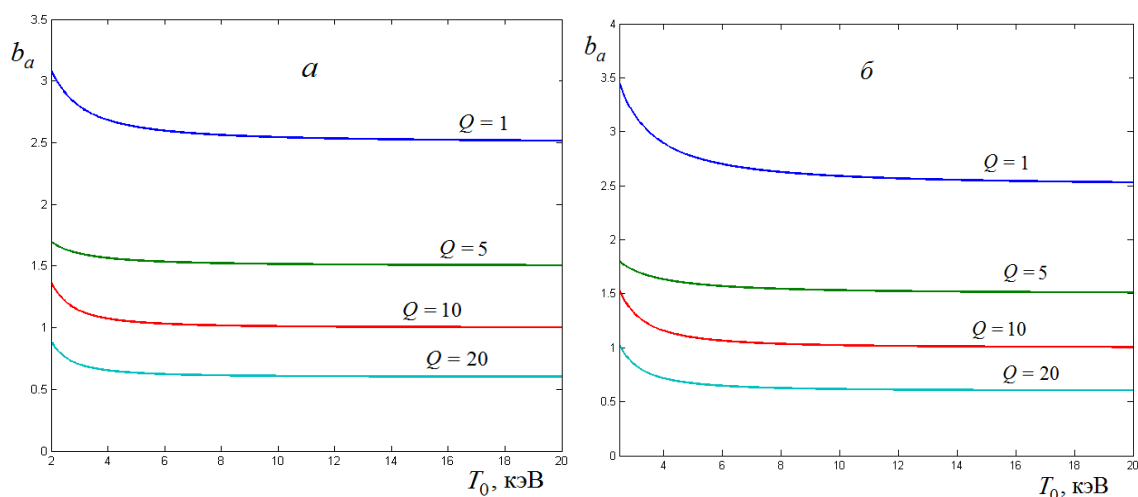


Рис. 2. Области устойчивости для показателя  $b_a$  при  $Z_{eff}^2 = 1$  (а) и  $Z_{eff}^2 = 2$  (б)

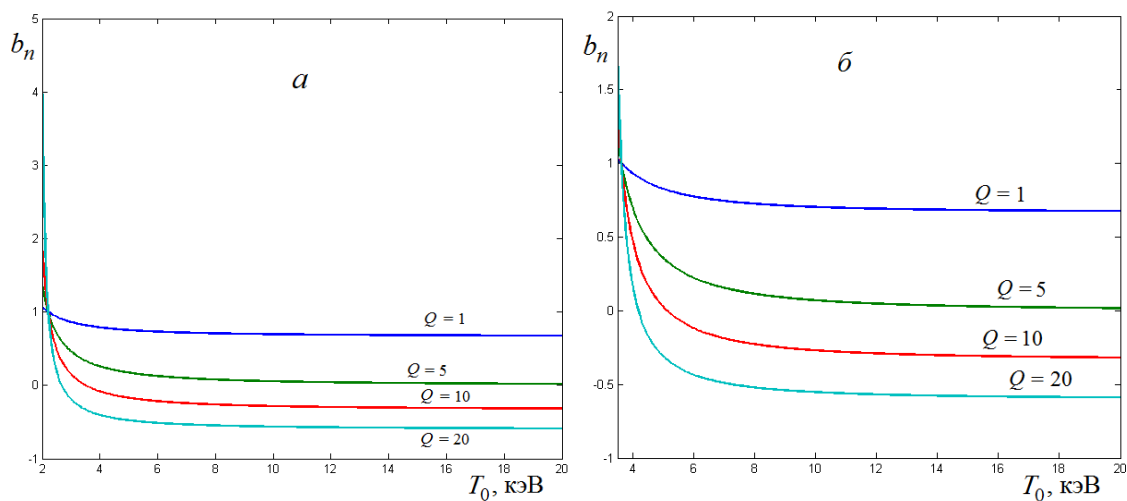


Рис. 3. Области устойчивости для показателя  $b_n$  при  $Z_{eff}^2 = 1$  (а) и  $Z_{eff}^2 = 2$  (б)

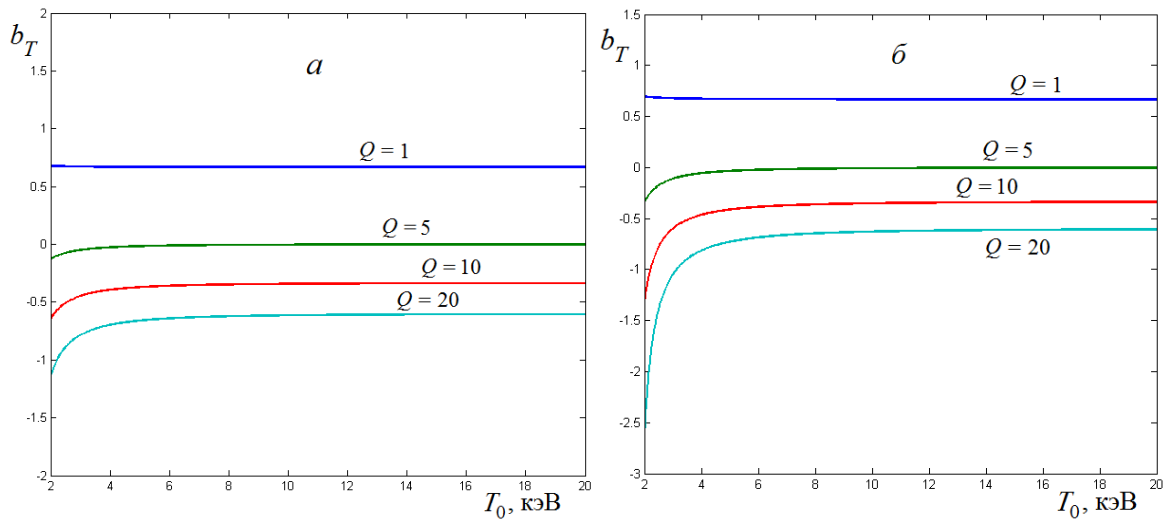


Рис. 4. Области устойчивости для показателя  $b_T$  при  $Z_{eff}^2 = 1$  (а) и  $Z_{eff}^2 = 2$  (б)

Проанализируем некоторые предельные случаи. При сравнительно больших температурах ( $T \sim 10$  кэВ) условия устойчивости (19)–(21) принимают вид:

$$b_a < \frac{3}{1 + 0.2Q}, \quad (22)$$

$$b_n < \frac{2}{1 + 0.2Q} - 1, \quad (23)$$

$$b_T < 1 - \frac{0.4Q}{1 + 0.2Q}. \quad (24)$$

В этом пределе, согласно выражениям (22)–(24), режим зажигания ( $Q \rightarrow \infty$ ) устойчив при  $b_a < 0$ ,  $b_n < -1$ ,  $b_T < -1$ .

Анализ, представленный выше, относится к термоядерным режимам с определенной долей нагрева альфа-частицами, выделяющимися в D–T-реакции. Интенсивность реакции зависит от параметров плазмы. Режимы в экспериментальных установках без реакции принципиально отличаются тем, что мощность не зависит от интенсивности реакции. Эффективность используемых методов нагрева (радиоволны, инжекция нейтральных атомов) в общем случае зависит от параметров плазмы [8], но изучение соответствующих обратных связей не входит в круг рассматриваемых здесь задач. Если принять мощность нагрева постоянной и пренебречь радиационными потерями, то анализ приводит к следующим условиям устойчивости:  $b_a < 3$ ,  $b_n < 1$ ,  $b_T < 1$ . Эти условия сильно отличаются от условий для термоядерного горения с высоким  $Q$ .

Проанализируем некоторые законы удержания. Согласно скейлингу ITER IPB98y2,

$\tau \propto a^{-0.3} n^{-0.9} T^{-2.2}$  [4]. При  $T \sim 10$  кэВ и  $Q \sim 10$  этот закон удержания соответствует устойчивому режиму. Классический закон удержания  $\tau \propto a^2 n^{-1} T^{1/2}$  устойчив при  $Q < 2.5$ .

Гиро-бомовский закон удержания, характерный для переноса под действием градиентных дрейфовых неустойчивостей [9, 10], имеет вид  $\tau \propto a^3 T^{-3/2} B^2$ , где  $B$  – индукция магнитного поля. Для плазмы низкого давления  $B$  не изменяется при изменении  $n$  и  $T$ , и данный закон удержания может быть устойчив только при  $Q \ll 1$ , так как  $b_a = 3$ . В ловушках с плазмой высокого давления  $B^2 \propto nT$ ,  $\tau \propto a^3 n T^{-1/2}$ , и ситуация с неустойчивостью усугубляется еще и  $b_n = 1$ . Таким образом, для управления параметрами плазмы с гиро-бомовским законом удержания требуется введение дополнительных обратных связей.

#### 4. Заключение

В работе была исследована устойчивость термоядерного горения D–T-плазмы в тороидальной конфигурации. Рассматривались обратные связи, соответствующие вариациям радиуса плазменного шнура, плотности и температуры плазмы. Результаты были получены в аналитическом виде, для чего использовались определенные приближенные зависимости. В частности, закон удержания в окрестности рабочей точки был аппроксимирован степенной зависимостью от указанных величин. В результате были найдены критические показатели степеней, ограничивающие область устойчивости. Полученные условия устойчивости позволяют качественно проанализировать известные законы удержания.

Анализ показал существенное различие условий устойчивости для режимов с нагревом термоядерными альфа-частицами и без термоядерной реакции. Принимая во внимание соответствующие результаты, необходимо анализировать возможность экстраполяции законов удержания, полученных на экспериментальных установках без реакции, в область термоядерных режимов, в которых существенно влияние обратной связи параметров плазмы и скорости термоядерного энерговыделения. Данные результаты могут представлять существенный интерес для альтернативных систем термоядерного синтеза [11–14].

#### Список литературы

1. Михайловский А.Б. Неустойчивости плазмы. М.: Атомиздат, 1978. 296 с.
2. Horton W. Turbulent transport in magnetized plasmas. World Scientific, 2012. 520 p.



3. ITER Physics Basis // Nucl. Fusion. 1999. Vol. 39. P. 2137–2638.
4. Светлов А.С. Исследование режимов термоядерного горения // Молодежный научно-технический вестник. 2014. № 9. Режим доступа: <http://sntbul.bmstu.ru/doc/731386.html> (дата обращения: 10.04.2015).
5. Chirkov A.Yu. Low radioactivity fusion reactor based on the spherical tokamak with a strong magnetic field // Journal of Fusion Energy. 2013. V. 32, No. 2. P. 208–214.
6. Чирков А.Ю. Энергетическая эффективность альтернативных термоядерных систем с магнитным удержанием плазмы // Ядерная физика и инжиниринг. 2013. Т. 4. С. 1050–1059.
7. Миямото К. Основы физики плазмы и управляемого термоядерного синтеза. М.: Физматлит, 2007. 424 с.
8. Павлов В.М., Обходский А.В., Голобоков Ю.Н., Овчинников А.В. Система управления плазмой. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2007. 154с.
9. Khvesyuk V.I., Chirkov A.Yu. Peculiarities of collisionless drift instabilities in poloidal magnetic configurations // Plasma Physics Reports. 2010. V. 36, No. 13. P. 1112–1119.
10. Chirkov A.Yu. The effect of trapped particles on gradient drift instabilities in finite pressure plasma with longitudinally nonuniform magnetic field // J. Fusion Energy. 2014. V. 33, No. 2. P. 139–144.
11. Хвесьюк В.И., Чирков А.Ю. Параметры реактора с обращенным магнитным полем в режиме низкочастотных аномальных потерь // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Термоядерный синтез. 2000. Вып. 3. С. 17–27.
12. Чирков А.Ю. Оценка параметров плазмы в D–<sup>3</sup>He-реакторе на основе обращенной магнитной конфигурации // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Термоядерный синтез. 2006. Вып. 4. С. 57–67.
13. Чирков А.Ю. Малорадиоактивный термоядерный реактор на основе сферического токамака с сильным магнитным полем // Наука и образование МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2011. № 3. Режим доступа: <http://technomag.edu.ru/doc/167577.html> (дата обращения: 15.04.2015).
14. Chirkov A.Yu. Optimal parameters of fusion neutron sources with a powerful injection heating // Journal of Fusion Energy. 2015. Режим доступа: <http://link.springer.com/article/10.1007/s10894-014-9835-x> (дата обращения: 15.04.2015).