

07, июль 2017

УДК 519.711

Условия возникновения режимов «перевернутой ориентации» в системе управления космическим аппаратом

***Коротаев Д.В.**, студент
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н. Э. Баумана,
факультет «Аэрокосмический»,
кафедра «Вычислительная математика и прикладная физика»*

***Тарасов В.А.**, студент
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н. Э. Баумана,
факультет «Аэрокосмический»,
кафедра «Аэрокосмические системы»*

*Научный руководитель: Симоньянц Р.П., к.т.н., доцент,
декан Аэрокосмического факультета
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н. Э. Баумана
akf_dekan@mail.ru*

В управляемом движении орбитального космического аппарата (КА) относительно центра масс при осуществлении операций предварительного успокоения после отделения от носителя или после импульсного возмущения могут возникнуть нештатные ситуации, в которых ориентация связанных с КА осей имеет направление противоположное заданному. Такая ситуация возникает, например, в случае применения гравитационной стабилизации [1], когда КА после гашения начальной угловой скорости может занять положение, в котором ось минимального момента инерции ориентируется вдоль местной вертикали не на Землю, как это требуется по заданию, а в противоположную сторону. Условимся называть такое состояние КА «перевернутой ориентацией».

Подобное явление может возникнуть и в случае применения активной системы релейного управления ориентацией и стабилизации КА. В настоящей работе ставится задача исследовать это явление и получить характеризующие его количественные соотношения. Решение ищется аналитически приближенно и подтверждается численным моделированием с применением программы model [2].

В общем случае математическая модель движения рассматриваемой динамической системы в векторной форме имеет вид ([1], с.17, с. 24):

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{H}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H} = \mathbf{M}_b + \mathbf{M}_g - \mathbf{M}_u, \\ 2\dot{\Lambda} = \Lambda \circ (\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}^*), \end{cases} \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\omega}$ – вектор абсолютной угловой скорости, проекции которого на ортогональные оси центральной (с началом в центре масс) связанной системы координат $OX_1X_2X_3$ имеют значения $\{\omega_i\}$, $i = 1,2,3$; Λ – кватернион поворота относительно опорной системы координат $OX_{10}X_{20}X_{30}$; $\boldsymbol{\omega}^*$ – вектор абсолютной угловой скорости движения опорной системы координат; \mathbf{H} – кинетический момент; \mathbf{M}_b – возмущающий момент (const); \mathbf{M}_g – гравитационный момент; \mathbf{M}_u – управляющий момент.

Гравитационный момент \mathbf{M}_g определяется векторным выражением

$$\mathbf{M}_g = 3\omega_*^2 \mathbf{e}_r \times \mathbf{J} \cdot \mathbf{e}_r, \quad (2)$$

где \mathbf{e}_r – единичный вектор местной вертикали. Управляющий момент \mathbf{M}_u задан проекциями на оси $OX_1X_2X_3$, что соответствует принципу раздельного управления относительно каждой из трех осей связанной системы координат.

Каждая проекция управляющего момента $\mathbf{M}_u = \{M_{1u}M_{2u}M_{3u}\}$ представляет собой релейную функцию общего вида

$$\begin{cases} M_{iu} = -M_{pi} \cdot F_i(\sigma_i), \quad i = 1,2,3 \\ F_i(\sigma) = 1/2[\text{sgn}(\sigma_i - \alpha_i + h_i \cdot F_{0i}) + \text{sgn}(\sigma_i + \alpha_i + h_i \cdot F_{0i})] \end{cases} \quad (3)$$

где M_{pi} , σ_i , α_i , h_i – соответственно: модуль момента управления, управляющий сигнал, зона нечувствительности и ширина петли гистерезиса. Управляющий сигнал представляет собой функцию обратной связи, формируемую в виде линейной комбинации фазовых координат, измеренных датчиками угла и угловой скорости. В (3) переменная $F_0 F_0(t)$ равна значению F в предыдущий момент времени $F = F(t - 0)$ (предыстория состояния регулятора), ею раскрывается неопределенность в области петли гистерезиса.

В скалярной форме (1) можно представить системой семи нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка с перекрестными связями. Чтобы иметь возможность решить её аналитически и получить условия существования нештатных режимов «перевернутой ориентации», необходимо исходную модель упростить. Известны методы понижения порядка динамической системы путём, например, редукции [3, с. 28].

Редукцию рассматриваемой математической модели произведем на основе анализа динамических процессов. Преобразование осуществим путем отбрасывания тех слагаемых скалярных уравнений движения, которыми обусловлены слабо выраженные перекрестные связи. Преобразование допустимо, если отбрасываемые слагаемые достаточно малы.

Следуя [1, стр. 70 - 83], считаем справедливым допущение, что в рассматриваемой системе в первом приближении выполняются условия малости всех слагаемых, которыми определяются перекрестные связи между каналами управления. Это позволяет систему (1) представить в виде трех автономных подсистем и рассматривать их независимо друг от друга [4]. Полагаем также, что из внешних возмущающих моментов основное влияние на движение оказывает гравитационный момент, а прочие – малые величины.

Ограничим исследование рассмотрением динамических процессов лишь в плоскости тангажа. Упрощенное уравнение движения КА по тангажу представим в виде [1, стр. 81]:

$$J_3 \frac{d^2 x}{dx^2} = M_b - \frac{3}{2} \omega_*^2 (J_1 - J_2) \sin 2x - M_p F(\sigma), \quad (4)$$

где x – угол тангажа; J_i – осевые моменты инерции КА ($i=1,2,3$).

Раскрывая в (4) зависимость управляющего сигнала σ от параметров состояния ($x, y = dx/dy$), получим функцию управления $F[\sigma(x, y)]$ (алгоритм управления).

Если датчики имеют идеальные характеристики, управляющий сигнал записывается в виде линейной комбинации:

$$\sigma = x + k \cdot y, \quad (5)$$

где k – коэффициент усиления. При этом движение может быть представлено на трех листах фазовой поверхности F^+, F^-, F^0 , на каждом из которых функция управления принимает значения $F(\sigma) = +1, -1, 0$.

Границами листов являются линии переключения L_j $j = \overline{1,4}$: на L_1, L_3 моменты управления соответствующего знака включаются, на L_2, L_4 выключаются. Листы F^+ и F^- разделены листом (полосой) F^0 . Полоса F^0 частично перекрывает F^+ и F^- , образуя область неоднозначности, раскрывающуюся значением $F_0(t)$ (3). Каждый лист заполнен соответствующим семейством фазовых траекторий: $\Gamma^+(x, y) \subset F^+$, $\Gamma^-(x, y) \subset F^-$, $\Gamma^0(x, y) \subset F^0$. Уравнения траекторий можем получить из уравнения (4), подстановкой $F=+1, F=-1, F=0$.

Как следует из (4), в общем случае имеем 4 положения равновесия, которым соответствуют четыре точки C_j $j = \overline{1,4}$ на листе F^0 . Два из них – положения устойчивого равновесия C_1, C_3 , два – неустойчивого C_2, C_4 . Положение перевернутой ориентации соответствует точке C_3 . Поскольку нас интересуют только свободные колебания на поверхности фазового цилиндра относительно точки устойчивого равновесия в положении перевернутой ориентации $C_3(x_3 \approx \pm\pi, y_3 = 0)$, необходимо установить возможность их существования.

В [1] показано, что существование точек устойчивого равновесия ограничено величиной M_b . Положения равновесия существуют только при выполнении условия

$$M_b \leq 3\omega_*^2(J_1 - J_2) \quad (6)$$

В случае неравенства противоположного смысла положений равновесия нет. При $M_b \rightarrow 0$ имеем $C_1 \rightarrow (x_1 = 0, y_1 = 0)$, $C_3 \rightarrow (x_3 = \pm\pi, y_3 = 0)$. В дальнейшем, упростив задачу, ограничимся рассмотрением частного случая $M_b = 0$.

При использовании в качестве обратной связи двух идеальных датчиков, т. е. в случае формирования управляющего сигнала по формуле (5), может быть реализована только одна точка устойчивого равновесия $C_1(x_1 = 0, y_1 = 0)$. Положения устойчивого равновесия перевернутой ориентации не существует.

Теперь рассмотрим случай, когда система реализует процесс предварительного успокоения после отделения КА от носителя. В этой операции осуществляется гашение начальной угловой скорости и информация с датчика углового положения в управляющем сигнале (5) не используется. При этом полоса F^0 включает в себя всю ось абсцисс на развертке фазового цилиндра и, следовательно, могут быть реализованы оба устойчивых состояния равновесия, включая состояние перевернутой ориентации $C_3(x_3 = \pm\pi, y_3 = 0)$.

В режиме предварительного успокоения управляющий сигнал (5) не содержит

измеренной координаты скорости, а линии переключения L_j определяются уравнениями:

$$L_i: \sigma = k \cdot y = c_i; \quad c_1 = +\alpha, \quad c_3 = -\alpha, \quad c_2 = +\alpha - h, \quad c_4 = -\alpha + h. \quad (7)$$

Из (7) следует, что амплитуда свободных колебаний вокруг положения «перевернутой ориентации» не превзойдет предельного значения

$$\max(y) = c_1 = \alpha / k. \quad (8)$$

Тогда на F^0 существует предельная замкнутая траектория $\Gamma_K^0(x, y) \in F^0$, ограничивающая область Ω_{C_3} свободных колебаний КА относительно положения $C_3(x_3 = \pm\pi, y_3 = 0)$. Эта критическая траектория касается линии $L_1: y = \alpha / k$.

Уравнения фазовых траекторий $\Gamma_{C_3}^0(x, y) \in \Omega_{C_3}$ всюду плотно заполняющих область Ω_{C_3} , найдем из (4). Учитывая, что в системе нет диссипации, можем сразу записать интеграл энергии:

$$\frac{J_3 y^2}{2} + \frac{3}{2} \omega_*^2 (J_1 - J_2) \sin^2 x = E, \quad (9)$$

откуда получаем

$$\Gamma^0(x, y): \quad y = \pm \sqrt{2E - \frac{J_1 - J_2}{3J_3} \omega_*^2 \sin^2 x}. \quad (10)$$

Константу для критической траектории $\Gamma_K^0(x, y)$ найдем из условий касания

$$K(x_K, y_K) \in \Gamma_K^0(x, y) \quad \text{и} \quad y_K = \alpha / k, \quad x_K = \pm\pi: \quad E_K = \frac{J_3 \alpha^2}{2k^2} \quad (11)$$

Критическая траектория вырезает на оси абсцисс отрезок, из которого берут начало все замкнутые траектории свободных колебаний относительно точки $C_3(x_3 = \pm\pi, y_3 = 0)$:

Определим значение граничных точек отрезка. Для этого используем условие:

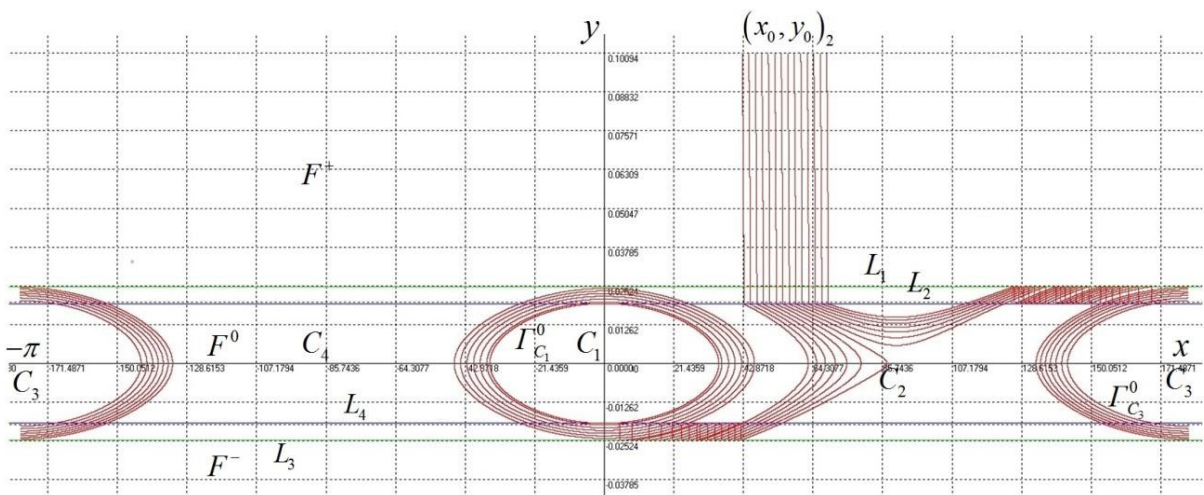
$$(x_A, y_A = 0) \in \Gamma_K^0(x, y) \quad (12)$$

Решая совместно (10), (11), (12), находим

$$x_A = \pm \pi \mp \arcsin \left\{ \frac{\alpha}{k\omega_*} \sqrt{\frac{J_3}{3(J_1 - J_2)}} \right\} \quad (13)$$

Каждая устойчивая точка равновесия притягивает к себе изображающую точку из любого начального состояния на поверхности фазового цилиндра. Области притяжения имеют границы (сепаратрисы) $\Gamma_{C_2}^0$, $\Gamma_{C_4}^0$, включающие в себя точки неустойчивого равновесия C_2, C_4 .

Рассмотрим частный пример реактивной системы управления ориентацией и стабилизации КА для следующих исходных данных: $a = 1,745 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с}^2$; $\frac{3}{2} \omega_*^2 (J_1 - J_2) / J_3 = 0,1738 \cdot 10^{-6} (\text{рад/с})^2$; $\alpha = 0,5^\circ$; $h = 0,1^\circ$. Расчеты выполнены с применением компьютерной программы model [2]. На рис. ниже приведен фазовый портрет на развертке фазового цилиндра. Поток траекторий из начальных состояний $(x_0, y_0) \in F^+$, пересекая границу L_2 , переходит на полосу F_0 и в окрестности точки неустойчивого равновесия C_2 расщепляется на две части. Одна часть потока притягивается к кольцевой области свободных колебаний без включения управляющих моментов вокруг точки устойчивого равновесия C_1 , вторая часть потока направляется в противоположную сторону, притягиваясь к кольцевой области свободных колебаний вокруг устойчивого положения равновесия «перевернутой ориентации».



Выводы

Показано, что в релейной системе управления ориентацией и стабилизации КА при выполнении операции гашения начальной угловой скорости без использования датчика угла возможна нештатная ситуация, когда под действием гравитационного момента

устанавливаются свободные колебания аппарата не только вокруг заданного направления C_1 , но и относительно направления C_3 , противоположного заданному – «перевернутой ориентации». Условия, при которых такие режимы возникают, определены аналитически. Численное моделирование подтвердило аналитические выводы.

Список литературы

- [1]. Симоньянц Р.П. Методы пассивной ориентации и стабилизации космических аппаратов: учебное пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. 132 с.
- [2]. Симоньянц Р.П., Будыка С.М. Компьютерная модель нелинейной динамики угловой стабилизации космического аппарата // Всерос. науч.-техн. конф. «Аэрокосмические технологии»: сб. тр. (Реутов, 22 мая 2002г.). М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. С. 197-203.
- [3]. Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Рябченко В.Н. Матричные методы в теории и практике систем автоматического управления летательных аппаратов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. 666 с.
- [4]. Симоньянц Р.П. Обеспечение качества процессов управления в релейной системе без датчика скорости // Наука и образование. Электрон. журн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. № 10. С. 152-178.