электронный журнал
МОЛОДЕЖНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51038.

 # 07, июль 2017

УДК 531.38

Исследование динамики подъемного транспортного устройства при торможении

Козловский М.С., *студент*
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Ракетные двигатели»

Мирошниченко С.А., *студент*
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Ракетные двигатели»

Научный руководитель: Орлянская Т.И., к.т.н., доцент
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Физика»

Постановка задачи

Кабина лифта массы m опускается в шахту с постоянной скоростью ϑ. При этом трос растягивается. Податливость (удлинение от единичной силы) единицы длины троса равно δ_1, Н^{-1}.В некоторый момент времени, когда длина троса равна l тормозная система начинает тормозить барабан лебедки, обеспечивая его равномерное замедление в течение времени τ.

Момент времени, при котором длина троса равна l, соответствует моменту начала торможения ($t = 0$). В этот момент деформация троса равна $\lambda_{\text{ст}} = mg\delta_1 l$.

Пренебрегая массой троса и изменением его жесткости, обусловленным изменением длины при торможении (т.е. полагая, что $\frac{\vartheta\tau}{2} \ll l$), найти уравнение движения кабины лифта [1].

Будем рассматривать канатную систему с верхним расположением лебедки без противовеса

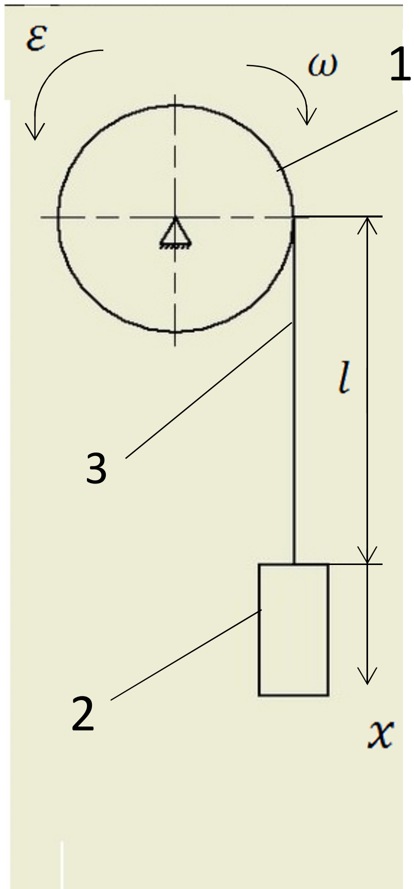

Рис. 1. Схема подъемного устройства (1- барабан лебедки, 2- кабина лифта, 3- трос)

Рассмотрим движение лифта на первом этапе движения.

Кабина лифта будет совершать сложное движение. Переносным будет являться движение троса при торможении барабана лебедки, относительным – вынужденные колебания кабины лифта из-за колебаний троса [2]. При этом полное перемещение будет складываться из двух перемещений :

$$x(t) = x_e(t) + x_r(t) \tag{1}$$

где $x_e(t)$- переносное движение,

$x_r(t)$ –относительное движение.

Получим уравнение переносного движения лифта:

В начальный момент времени (при $t = 0$) имеем:

$$x_e(0) = 0 \tag{2}$$

$$\dot{x}_e(0) = \vartheta_0 \tag{3}$$

Движение кабины при торможении равномерное, тогда из кинематики имеем:

$$\vartheta_e = \vartheta - at, \tag{4}$$

где $a = \frac{\vartheta}{\tau}$ - равномерное замедление, вследствие торможения барабана.

$$\frac{dx_e}{dt} = \vartheta - at \tag{5}$$

Проинтегрируем обе части уравнения (4):

$$x_e = \vartheta t - \frac{at^2}{2} \tag{6}$$

Подставляя значение a, получим, что перемещение троса определяется выражением:

$$x_e = \vartheta t\left(1 - \frac{t}{2\tau}\right) \tag{7}$$

Рассмотрим относительное движение.

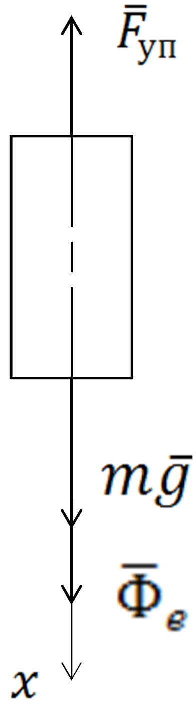

Рис. 2. Силы, действующие на кабину 2 при торможении

При торможении возникает переносная сила инерции:

$$\bar{\Phi}_e = -m\bar{a}_e \tag{8}$$

Она будет вынуждающей внешней силой и приведет к возникновению вынужденных колебаний, дифференциальное уравнение которых имеет вид:

$$a\ddot{x}_r + Cx_r = Q(t), \tag{9}$$

где a – обобщенный инерционный коэффициент,

C – обобщенный коэффициент жесткости,

$Q(t)$ – составляющая вынуждающей силы от внешнего возмущающего воздействия.

Найдем обобщенный инерционный коэффициент:

$$T = \frac{1}{2} a \dot{x}_r^2 = \frac{1}{2} m \dot{x}_r^2 \quad (10),$$

Откуда

$$a = m \quad (11)$$

Потенциальная энергия кабины при относительном движении:

$$\Pi = -mgx_r + \frac{1}{2} C_{уп}(\lambda^2 - \lambda_{ст}^2), \quad (12)$$

где

$$\lambda = \lambda_{ст} + x_r \quad (13)$$

$$\lambda_{ст} = mg\delta_1 l \quad (14)$$

Определим жесткость троса $C_{уп}$, рассматривая положение статического равновесия кабины:

$$mg - F_{уп}^0 = 0 \quad (15)$$

$$F_{уп}^0 = C_{уп}\lambda_{ст} \quad (16)$$

$$mg - C_{уп}\lambda_{ст} = 0 \quad (17)$$

$$C_{уп} = \frac{mg}{\lambda_{ст}} = \frac{1}{\delta_1 l} \ \frac{Н}{м} \quad (18)$$

Тогда потенциальная энергия будет равна

$$\Pi = -mgx_r + \frac{1}{2} C_{уп}\left((\lambda_{ст} + x_r)^2 - \lambda_{ст}^2\right) = -mgx_r + \frac{1}{2} C_{уп} 2\lambda_{ст} x_r + \frac{1}{2} C_{уп} x_r^2 =$$

$$-mgx_r + + \frac{mg}{\lambda_{ст}} \lambda_{ст} x_r + \frac{1}{2} C_{уп} x_r^2 = \frac{1}{2} C_{уп} x_r^2 \quad (19)$$

Откуда обобщенный коэффициент жесткости $C = C_{уп} = \frac{1}{\delta_1 l}$

(20)

Найдем обобщенную вынуждающую силу $Q(t)$, рассмотрев возможное перемещение:

$$Q(t) = \frac{\delta A(\bar{\Phi}_e)}{\delta x_r} \quad (21)$$

$$\frac{\Phi_e \delta x_r}{\delta x_r} = \Phi_e = m a_e = m \frac{\vartheta}{\tau} = Q_0 \quad (22)$$

Учитывая все найденные коэффициенты, уравнение колебаний примет вид:

$$a\ddot{x}_r + Cx_r = Q_0 \tag{23}$$

приведем его к каноническому виду:

$$\ddot{x}_r + \omega_0^2 x_r = f_0 \tag{24}$$

Тогда имеем:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{m\delta_1 l} \tag{25}$$

$$f_0 = \frac{\vartheta}{\tau} \quad (26),$$

Где ω – собственная частота колебаний системы

f_0 – удельное значение вынуждающей силы.

Решим полученное линейное неоднородное дифференциальное уравнение [3].

Решение будет представляться суммой общего однородного и частного неоднородного решений:

$$x_r(t) = x_{о.о.}(t) + x_{ч.н.}(t) \tag{27}$$

где $$x_{о.о.}(t) = C_1 \cos\omega_0 t + C_2 \sin\omega_0 t, \tag{28}$$

$$x_{ч.н.}(t) = A \tag{29}$$

$$\dot{x}_{ч.н.}(t) = 0 \tag{30}$$

$$\ddot{x}_{ч.н.}(t) = 0 \tag{31}$$

$$\omega_0^2 * A = \frac{\vartheta}{\tau}, \tag{32}$$

$$A = \frac{\vartheta}{\omega_0^2 \tau} = const. \tag{33}$$

$$x_r(t) = C_1 \cos\omega_0 t + C_2 \sin\omega_0 t + \frac{\vartheta}{\omega_0^2 \tau} \tag{34}$$

найдем константы C_1 и C_2 из граничных условий:

$$x_r(0) = 0 \tag{35}$$

$$\dot{x}_r(0) = 0 \tag{36}$$

$$\dot{x}_r(t) = -C_1 \sin\omega_0 t + C_2 \cos\omega_0 t \tag{37}$$

Отсюда: $$C_1 = -\frac{\vartheta}{\omega_0^2 \tau} \tag{38}$$

$$C_2 = 0 \tag{39}$$

Тогда: $$x_r(t) = -\frac{\vartheta}{\omega_0^2 \tau}\cos\omega_0 t + \frac{\vartheta}{\omega_0^2 \tau} = \frac{\vartheta}{\omega_0^2 \tau}(1 - \cos\omega_0 t) \tag{40}$$

Общее уравнение движения во время торможения является суперпозицией переносного и относительного:

$$x = \vartheta t\left(1-\frac{t}{2\tau}\right)+\frac{\vartheta}{\omega_0^2\tau}(1-\cos\omega_0 t), \quad t\le\tau \tag{41}$$

Рассмотрим движение кабины лифта на втором этапе.

В момент времени $t=\tau$ переносное движение кабины лифта прекращается.

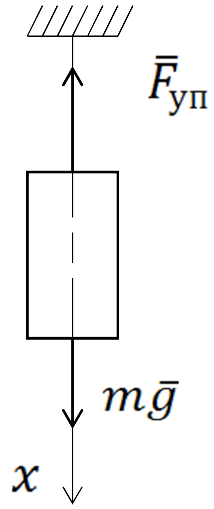

Рис. 3. Силы, действующие на кабину 2 после остановки барабана лебедки

Трос перестает двигаться, т.е. снимается внешнее воздействие и меняется характер относительного движения лифта. Рассмотрим относительное движение лифта в интервале времени $t>\tau$, сделав замену

$$t_1 = t-\tau. \tag{42}$$

Дифференциальное уравнение будет иметь вид:

$$a\ddot{x}_r + Cx_r = 0 \tag{43}$$

Аналогично коэффициенты: $m=a$, $C=C_{тр}=\frac{1}{\delta_1 l}$.

Решение этого линейного дифференциального уравнения будет иметь вид:

$$x_r(t_1) = C_1\cos\omega_0 t_1 + C_2\sin\omega_0 t_1, \tag{44}$$

Найдем константы интегрирования C_1 и C_2 из граничных условий:

$$x_r(0) = \frac{\vartheta}{\omega_0^2\tau}(1-\cos\omega_0\tau) \tag{45}$$

$$\dot{x}_r(0) = \frac{\vartheta}{\omega_0\tau}\sin\omega_0\tau \tag{46}$$

$$\dot{x}_r(t_1) = -C_1\sin\omega_0 t_1 + C_2\cos\omega_0 t_1 \tag{47}$$

Отсюда: $$C_1 = \frac{\vartheta}{\omega_0^2\tau}(1-\cos\omega_0\tau)$$

(48)

$$C_2 = \frac{\dot{x}_r(0)}{\omega_0} = \frac{\vartheta}{\omega_0^2 \tau} \sin \omega_0 \tau \quad (49)$$

Движение кабины после остановки лебедки будет выражаться уравнением:

$$x_r(t) = \frac{\vartheta}{\omega_0^2 \tau}(1 - \cos \omega_0 \tau)\cos \omega_0 t_1 + \frac{\vartheta}{\omega_0^2 \tau} \sin \omega_0 \tau \quad (50)$$

$$x_r(t) = \sin \omega_0 t_1 \frac{\vartheta}{\omega_0^2 \tau}[\cos \omega_0 (t - \tau) - cos \omega_0 t] \quad (51)$$

Вывод: из полученных уравнений выявлен колебательный характер движения кабины подъемного транспортного средства на последнем этапе движения, исследованы зависимости параметров движения от массы кабины, длины и податливости троса, а также начальной скорости при торможении (рис. 4), которые могут быть использованы для дальнейшей организации управления этими колебаниями [4].

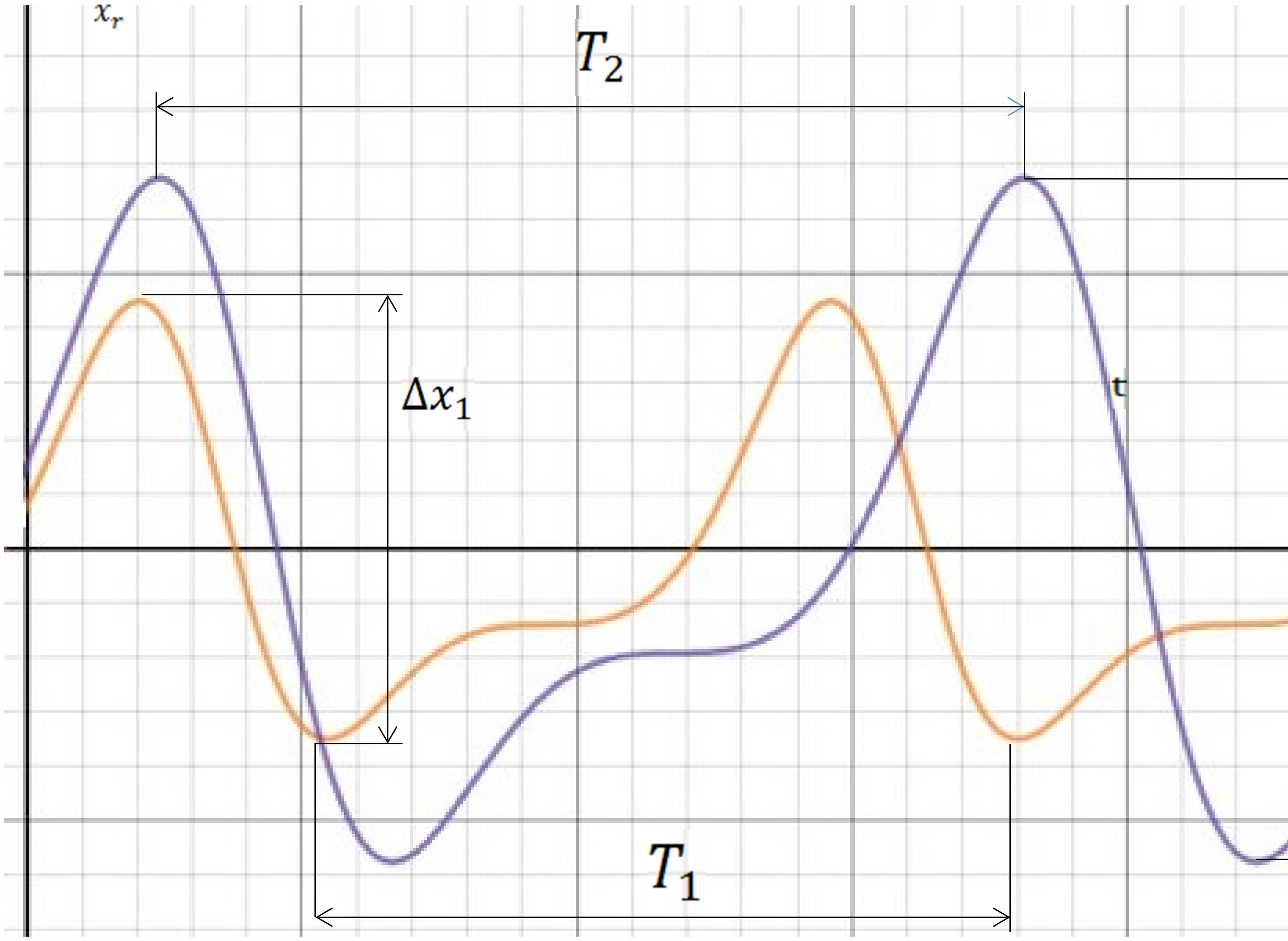

Рис 4. Увеличение максимальных перемещений и периода колебаний при увеличении массы и/или длины троса

Список литературы

[1]. Колесников К.С., Блюмин Г.Д., Дронг В.И. Сборник задач по теоретической механике. М.: Наука, 1983. 320 с.

[2]. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. 5-е изд. М.: Высшая школа, 1990. 607 с.

[3]. Агафонов С.А. , Муратова Т.В. Дифференциальные уравнения. 3-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 348 с.

[4]. Божко З.В. Эксплуатация подъемных сооружений. 3-е изд. Киев: Техника, 1972. 604 с.