

# 07, июль 2017

УДК 534.1

## Сравнение откликов конструкции при кинематическом и силовом воздействии

*Максимов Ю.И., студент  
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
кафедра «Аэрокосмические системы»*

*Научный руководитель: Хамидуллин Р.К., аспирант  
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
кафедра «Аэрокосмические системы»  
[bauman@bmstu.ru](mailto:bauman@bmstu.ru)*

На сегодняшний день определение режимов замены акустики на вибрацию является актуальной задачей. В работе [1] описывается такая замена на примере ракетносителя «Стрела», для которого был подобран режим кинематического вибрационного нагружения, эквивалентный лётным акустическим нагрузкам.

В данной статье на модели трёхслойной пластины с сотовым наполнителем демонстрируется справедливость критерия равенства обобщённых сил для замены одного типа нагружения другим. Данный критерий может быть использован для достижения эквивалентности вибрационного нагружения к натурному не только в избранных точках, но и по изделию в целом.

Согласно [2], зная величины внешних нагрузок и их распределение по изделию, можно определить соответствующие им обобщённые силы  $Q$ ,  $H$  по формуле (1):

$$Q = \Phi^T \cdot P. \tag{1}$$

Здесь  $\Phi$  — матрица форм колебаний, нормированных по массе, б/р,  $P$  — вектор узловых сил,  $H$ .

Если проводится замена эксплуатационного воздействия на многоточечное, состоящее из  $n$  сил, приложенных в разных точках, то величину силового воздействия на каждом из тонов колебаний можно определить по формуле (2), приравняв соответствующие обобщённые силы:

$$\sum_{i=1}^n \varphi_i \cdot F_i = \Phi^T \cdot P. \tag{2}$$

Здесь  $F_i$  — величина  $i$ -ой точечной силы, Н,  $\varphi_i$  — нормированная по массе форма колебаний в точке приложения  $i$ -ой силы, б/р.

При равенстве прикладываемых сил величину каждой силы можно определить из формулы (3):

$$F_i = \frac{\Phi^T \cdot P}{\sum_{i=1}^n \varphi_i}. \quad (3)$$

В работе [3] были представлены расчётные и экспериментальные результаты использования равенства обобщённых сил применительно к балочным моделям для определения силового многоточечного нагружения, эквивалентного кинематической нагрузке, действующей по всему объёму объекта испытаний. При этом погрешность при экспериментальном проведении эквивалентного нагружения составила менее 5 процентов.

В настоящей статье проведен расчет величин точечных сил, эквивалентных равномерному поверхностному давлению, приложенному к трёхслойной шарнирно опертой по краям пластине.

Вначале была рассмотрена однородная стальная пластина, шарнирно опертая по всем краям. Равномерно распределённое давление  $p = 2$  кПа, действующее на пластину, заменялось на две равных точечных гармонических силы, приложенных симметрично относительно одной из осей симметрии пластины.

При нагружении распределённым давлением вектор узловых сил вычисляется в конечно элементной модели путём сведения давления к эквивалентным узловым силам. Реализация расчёта проводилась с помощью программного пакета Ansys. Стоит отметить, что при воздействии равномерной нагрузки, возбуждались только тона, у которых оба числа полуволн нечётные. В таблице 1 для первых трёх таких тонов приведены значения точечных сил, эквивалентных заданному внешнему давлению. Силы прикладывались в точках с координатами (0.25, 0.5) и (0.75, 0.5) для начала координат в левом нижнем узле пластины.

*Таблица 1*

Значения эквивалентных сил для первых трёх тонов

Номер тона	Значения эквивалентных сил $F_i$ , кН
1	-0.246368263
2	-0.077602223
3	0.062325337

Результаты сравнения откликов изотропной пластины при действии давления  $p = 2$  кПа и двух равных точечных гармонических сил приведены в таблице 2. Сравнение осуществлялось для узлов с максимальным уровнем перемещений. Демпфирование для обоих случаев нагружения принималось равным.

Таблица 2

Сравнение откликов изотропной пластины

Номер формы	Перемещение узла при равномерном давлении, мм	Перемещение узла при эквивалентных точечных силах, мм	Погрешность, %
1	32.4726	32.4724	0,0001
2	4.12294	4.0704	1,274
3	0.417304	0.417312	0,002

Вывод: для однородной изотропной пластины погрешность между максимальными откликами при использовании критерия равенства обобщённых сил для определения величины точечных сил, эквивалентных равномерному давлению для первых трёх тонов с нечётными числами полуволн составила менее 1,3 %. Точность решения существенно зависела от числа конечных элементов.

После проверки того, что критерий равенства обобщённых сил даёт достаточно высокую точность для изотропной пластины, был осуществлён расчёт шарнирно опертой трёхслойной ортотропной пластины со стороной 1 метр. Характеристики слоёв пластины приведены в таблице 3.

Таблица 3

Характеристики трёхслойной ортотропной пластины

Номер слоя	Материал	Толщина слоя, мм	Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$E_x$ , Па	$E_y$ , Па	$E_z$ , Па
1	сталь	1	7900	$2 \cdot 10^{11}$	$2 \cdot 10^{11}$	$2 \cdot 10^{11}$
2	сотовый наполнитель	8	475	1	1	$3 \cdot 10^{11}$
3	сталь	1	7900	$2 \cdot 10^{11}$	$2 \cdot 10^{11}$	$2 \cdot 10^{11}$

Равномерно распределённое давление  $p = 2$  кПа, действующее на пластину, заменялось на точечную гармоническую силу, приложенную в центр пластины. Значения

гармонической сил, эквивалентной приложенному давлению, были определены по формуле (3). Сравнение откликов узла, находящегося в центре трёхслойной ортотропной пластины приведено в таблице 4.

Таблица 4

Сравнение откликов трёхслойной ортотропной пластины

Номер формы	Перемещение узла под действием единичного давления, мм	Перемещение узла под действием точечной гармонической силы, мм	Погрешность, %
1	0,873867	0,873863	0,0005
2	0,0496258	0,0496258	0
3	0,00324033	0,00324027	0,0018

Вывод.

1. Поскольку отклики на разные типы нагружения совпали, замена нагрузок по принципу равенства обобщённых сил справедлива для рассмотренных моделей. Погрешность при замене нагрузок составляет менее 2 %.

2. Для использования данного метода необходима высокая точность разбиения на конечные элементы при проведении модального расчета.

3. Данный метод может быть использован для определения режимов наземных вибрационных испытаний, эквивалентных эксплуатационному воздействию и для проведения вибрационных прочностных испытаний при помощи многоточечного возбуждения.

#### Список литературы

- [1]. Носатенко П.Я., Бобров А.В., Баранов М.Л., Шляпников А.Н. Экспериментальное определение акустических нагрузок при пусках РН «Стрела» и расчётное определение режимов экспериментальной отработки выводимых космических аппаратов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2010. № 2. С. 112–123.
- [2]. Хамидуллин Р.К. Замена испытательного воздействия при динамических испытаниях // Молодежный научно-технический вестник. 2012. Вып. 12. Режим доступа: <http://sntbul.bmstu.ru/doc/478101.html> (дата обращения 26.09.2017).
- [3]. Дмитриев С.Н., Никитенко В.И., Хамидуллин Р.К. Определение эквивалентных уровней динамического нагружения при проведении вибрационных испытаний

// XLI Академических чтений по космонавтике: сборник трудов / под общей ред. д.т.н., проф. А.Г. Леонова. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. С. 314–333.