

## Цифровая система управления манипулятора

*Мацькив А.В., студент,  
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
кафедра «Подводные роботы и аппараты»  
[sasha-mackiv@mail.ru](mailto:sasha-mackiv@mail.ru)*

*Научный руководитель: Кропотов А.Н., зам. зав. кафедрой, доцент, к.т.н.,  
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
кафедра «Подводные роботы и аппараты»  
[sm42@sm.bmstu.ru](mailto:sm42@sm.bmstu.ru)*

### Введение

В настоящее время стали широко применяться манипуляторы в области робототехники. В составе подводного аппарата есть *механическая часть* (включающая один или несколько манипуляторов) и *система управления* этой механической частью. Манипулятор — это управляемый механизм, который предназначен для выполнения двигательных функций, аналогичных функциям руки человека при перемещении объектов в пространстве: перенос, обработка и обслуживание объектов [1].

### 1. Цель и задачи

Целью данной работы является проектирование цифровой системы управления манипулятора в программной среде Matlab.

Для реализации поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

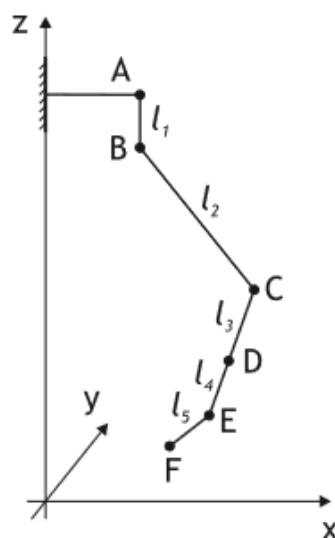
- Реализация математической модели прямой задачи кинематики для системы управления манипулятора в программной среде Matlab;
- Реализация математической модели обратной задачи кинематики для системы управления манипулятора в программной среде Matlab;
- Кинематическая реализация отображения системы управления манипулятора в программной среде Matlab;
- Кинематическая реализация движения системы управления манипулятора в программной среде Matlab.

Данная реализация цифровой системы управления манипулятора является универсальной для проектирования систем управления многозвенных манипуляторов с различными параметрами управления.

В статье, для примера, приведем реализацию системы управления для пятизвенного манипулятора, движение которого задается по вектору скорости.

Для реализации математической модели прямой и обратной задачи кинематики для манипулятора необходимо составить постановку задачи.

## 2. Постановка задачи



**Рис. 1.** Кинематическое представление пятизвенного манипулятора

Дан манипулятор, состоящий из 5 звеньев (см. рис. 1) AB, BC, CD, DE и EF. Длины звеньев равны, соответственно, 11, 12, 13, 14 и 15. Положение манипулятора в пространстве определяется следующим образом: сочленение A поворачивается вокруг оси X на угол  $\alpha_A$ , сочленения B, C и E поворачиваются вокруг оси Y на углы  $\alpha_B$ ,  $\alpha_C$  и  $\alpha_E$  соответственно, а сочленение D поворачивается вокруг оси Z на угол  $\alpha_D$ . Известно также, что углы могут меняться в следующих диапазонах:

$$\begin{aligned} -60^\circ \leq \alpha_A \leq 60^\circ, \quad -45^\circ \leq \alpha_B \leq 135^\circ, \quad -135^\circ \leq \alpha_C \leq 0^\circ, \\ -95^\circ \leq \alpha_D \leq 95^\circ, \quad -95^\circ \leq \alpha_E \leq 95^\circ. \end{aligned}$$

Необходимо решить прямую задачу кинематики, т.е. по заданным длинам звеньев 11, ..., 15 и углам  $\alpha_A, \dots, \alpha_E$  определить координаты точек A, B, C, D, E, F в неподвижной системе координат. Кроме того, необходимо решить обратную задачу кинематики для узлов E и F, т.е. определить значения углов  $\alpha_A, \dots, \alpha_E$  по координатам узлов E и F в неподвижной системе координат [2].

### 3. Прямая задача кинематики для системы управления манипулятора в программной среде Matlab

На данном этапе нам необходимо определить координаты точек А, В, С, D, E, F сочленений звеньев манипулятора в неподвижной системе координат, зная длины и углы ориентации звеньев [2].

Координаты точек А, В, С, D, E, F сочленений пятизвенного манипулятора в неподвижной системе координат будут иметь следующий вид:

$$x_A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} x_B &= \begin{bmatrix} 0 \\ l_1 s_1 \\ -l_1 c_1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x_C = \begin{bmatrix} l_2 s_2 \\ l_2 s_1 c_2 + l_1 s_1 \\ -l_2 c_1 c_2 - l_1 c_1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x_D = \begin{bmatrix} l_3 b_2 + l_2 s_2 \\ l_3 s_1 b_1 + l_2 s_1 c_2 + l_1 s_1 \\ -l_3 c_1 b_1 - l_2 c_1 c_2 - l_1 c_1 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ x_E &= \begin{bmatrix} (l_3 + l_4) b_2 + l_2 s_2 \\ (l_3 + l_4) s_1 b_1 + l_2 s_1 c_2 + l_1 s_1 \\ -(l_3 + l_4) c_1 b_1 - l_2 c_1 c_2 - l_1 c_1 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ x_F &= \begin{bmatrix} l_5 (c_4 s_5 b_1 + c_5 b_2) + (l_3 + l_4) b_2 + l_2 s_2 \\ -l_5 (s_5 (s_1 c_4 b_2 - c_1 s_4) - s_1 c_5 b_1) + (l_3 + l_4) s_1 b_1 + l_2 s_1 c_2 + l_1 s_1 \\ l_5 (s_5 (c_1 c_4 b_2 + s_1 s_4) - c_1 c_5 b_1) - (l_3 + l_4) c_1 b_1 - l_2 c_1 c_2 - l_1 c_1 \\ 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2)$$

### 4. Обратная задача кинематики для системы управления манипулятора в программной среде Matlab

На данном этапе нам необходимо определить значение углов ориентации  $\alpha_A, \dots, \alpha_E$  звеньев манипулятора по координатам узлов E и F в неподвижной системе координат [2].

Значение углов ориентации  $\alpha_A, \dots, \alpha_E$  пятизвенного манипулятора будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
\alpha_A &= \begin{cases} \arctan\left(-\frac{x_E^2}{x_E^3}\right), & \left|\frac{x_E^2}{x_E^3}\right| \leq \sqrt{3} \\ \text{решение не существует,} & \text{иначе} \end{cases} \\
c_3^* &= \frac{(x_E^1)^2 + (x_E^2)^2 + (x_E^3)^2 + l_1^2 - 2l_1(x_E^2 s_1 - x_E^3 c_1) - l_2^2 - (l_3 + l_4)^2}{2l_2(l_3 + l_4)} \\
c_3 &= \begin{cases} c_3^*, & -1/\sqrt{2} \leq c_3^* \leq 1 \\ \text{решение не существует,} & \text{иначе} \end{cases} \\
s_3 &= -\sqrt{1 - c_3^2} \\
\alpha_C &= \arctan2(s_3, c_3) \\
\alpha_B^* &= \arctan2((l_3 + l_4)c_3 + l_2, (l_3 + l_4)s_3) - \arctan2(x_E^2 s_1 - x_E^3 c_1 - l_1, x_E^1) \\
\alpha_B &= \begin{cases} \alpha_B^*, & -45^\circ \leq \alpha_B^* \leq 135^\circ \\ \text{решение не существует,} & \text{иначе} \end{cases}
\end{aligned} \tag{3}$$

$$\arctan2(x, y) = \begin{cases} \arctan(x/y), & y > 0 \\ \arctan(x/y) - \pi \operatorname{sign}(x/y), & y < 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\alpha_D &= \begin{cases} \arctan\left(\frac{X_F^{DE,2}}{X_F^{DE,1}}\right), & \left|\frac{X_F^{DE,2}}{X_F^{DE,1}}\right| \leq \tan(85^\circ) \\ \arctan\left(\frac{X_F^{DE,2}}{X_F^{DE,1}}\right) \text{ или } \arctan\left(\frac{X_F^{DE,2}}{X_F^{DE,1}}\right) - \pi \operatorname{sign}\left(\frac{X_F^{DE,2}}{X_F^{DE,1}}\right), & \text{иначе} \end{cases} \\
c_5^* &= -\frac{x_F^{DE,3} + l_3 + l_4}{l_5} \\
s_5^* &= \frac{x_F^{DE,1} c_4 + x_F^{DE,2} s_4}{l_5} \\
\alpha_E &= \begin{cases} \arctan2(s_5, c_5), & \cos(95^\circ) \leq c_5 \leq 1 \\ \text{решение не существует,} & \text{иначе} \end{cases}
\end{aligned} \tag{4}$$

где  $c_3^*$ ,  $c_3$ ,  $s_3$ ,  $c_5^*$ ,  $s_5^*$ ,  $c_1$ ,  $s_1$  - вспомогательные переменные.

## 5. Кинематическая реализация отображения системы управления манипулятора в программной среде Matlab

Для реализации цифровой системы управления пятизвенного манипулятора воспользуемся программной средой Matlab. Воспользуемся консольным режимом Matlab и реализуем последовательно следующие этапы цифровой реализации пятизвенного манипулятора [3]:

- Корректность ввода входных данных;
- Реализация матриц поворотов;
- Вывод координат для каждой точки звеньев;
- Отображение кинематической схемы манипулятора.

## 5.1. Корректность ввода

Входными данными для кинематического отображения манипулятора являются:

- NET - структура, состоящая из двух полей;
- l - массив из пяти элементов с длинами звеньев;
- alpha - массив из пяти элементов с значениями углов в радианах;
- ShowProjections - (необязательный параметр, по умолчанию = false)

бинарная переменная, в случае true помимо изображения манипулятора в трехмерном пространстве рисуются проекции манипулятора на все двухмерные подпространства.

На данном этапе проверяем верно ли ввели:

- Количество массивов входных данных;
- Данные длин и углов ориентации звеньев одной структурой;
- Формат данной структуры;
- Массив длины и углов ориентации звеньев (исходя из данного диапазона данных, количество параметров в массиве и задание параметров в правильном формате);
- ShowProjections в виде бинарной величины.

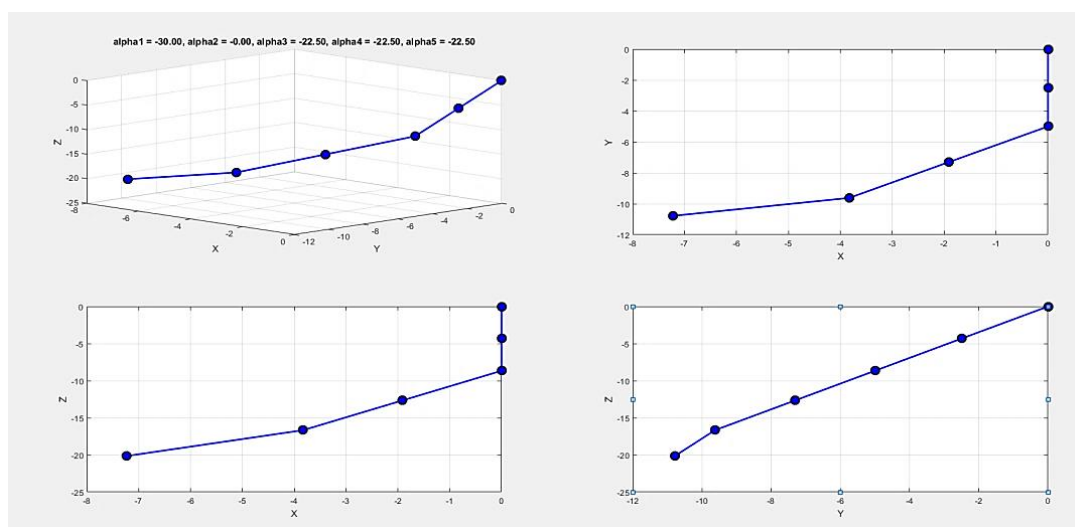
## 5.2. Реализация матриц поворотов

Каждая из матриц поворотов реализована как массив размером 4X4 [3].

## 5.3. Вывод координат для каждой точки звеньев

Исходя из (1) и (2) вводим массивы 4X1.

В результате получим кинематическое изображение манипулятора в трехмерном пространстве с возможностью отображения двумерных кинематических проекций на каждой из плоскостей. Также получим координаты точек каждого из звеньев.



**Рис. 2.** Кинематическая модель манипулятора в трехмерном пространстве с приведением его проекции на плоскости XY, XZ, YZ

## **6. Кинематическая реализация движения системы управления манипулятора в программной среде Matlab**

Для реализации цифровой системы управления движения пятизвенного манипулятора воспользуемся аналогичной программной средой. Реализуем последовательно следующие этапы цифровой реализации пятизвенного манипулятора [3]:

- Корректность ввода входных данных;
- Восстановление значение углов сочленений манипулятора;
- Вывод движения манипулятора в трехмерном пространстве.

### **6.1. Корректность ввода входных данных**

Входными данными для отображения манипулятора являются:

- NET - структура, состоящая из двух полей;
- l - массив из пяти элементов с длинами звеньев;
- alpha - массив из пяти элементов с значениями углов в радианах;
- ShowProjections - (необязательный параметр, по умолчанию = false)

бинарная переменная, в случае true помимо изображения манипулятора в трехмерном пространстве рисуются проекции манипулятора на все двухмерные подпространства;

- V - вектор скорости перемещения манипулятора, массив из трех элементов или положительное число, последний случай интерпретируется как перемещение вдоль направления EF с величиной скорости V;
- T - время, в течение которого происходит перемещение, положительное число.

Аналогично пункту 5.1 также проверяем корректность ввода данных. Также добавляются два параметра скорость и время, которые необходимо также ввести корректно.

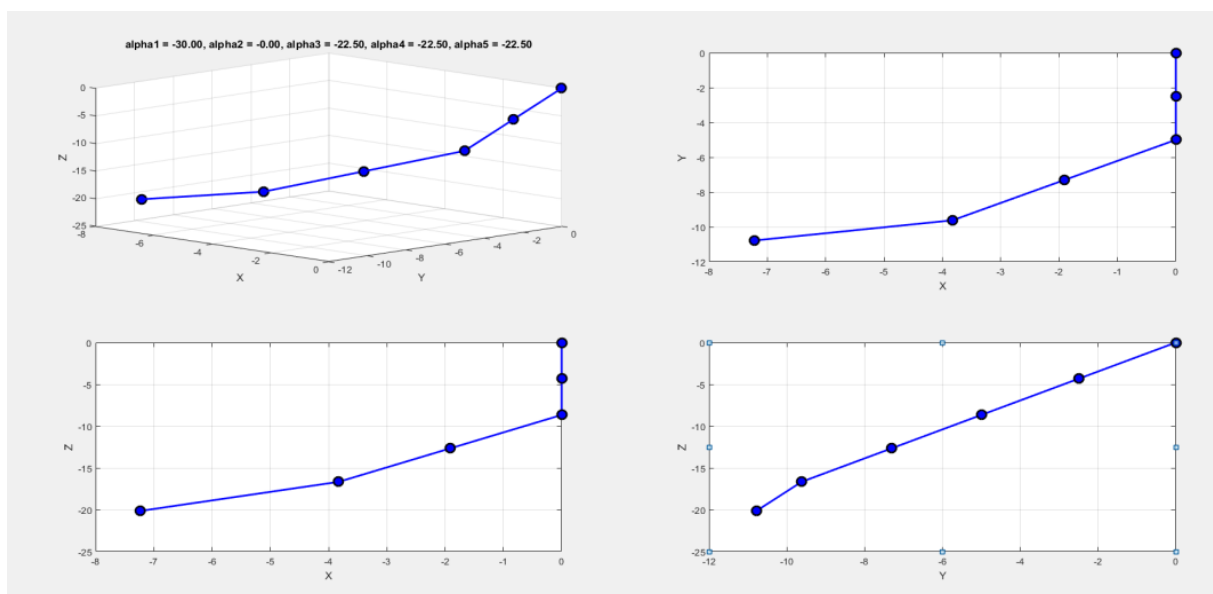
### **6.2. Восстановление значений углов**

На данном этапе по значениям координат точек E и F определяем значения углов  $\alpha_A, \dots, \alpha_E$ . Еще на этом этапе также реализуются матрицы поворотов и выводов значений углов в соответствии с (3) и (4).

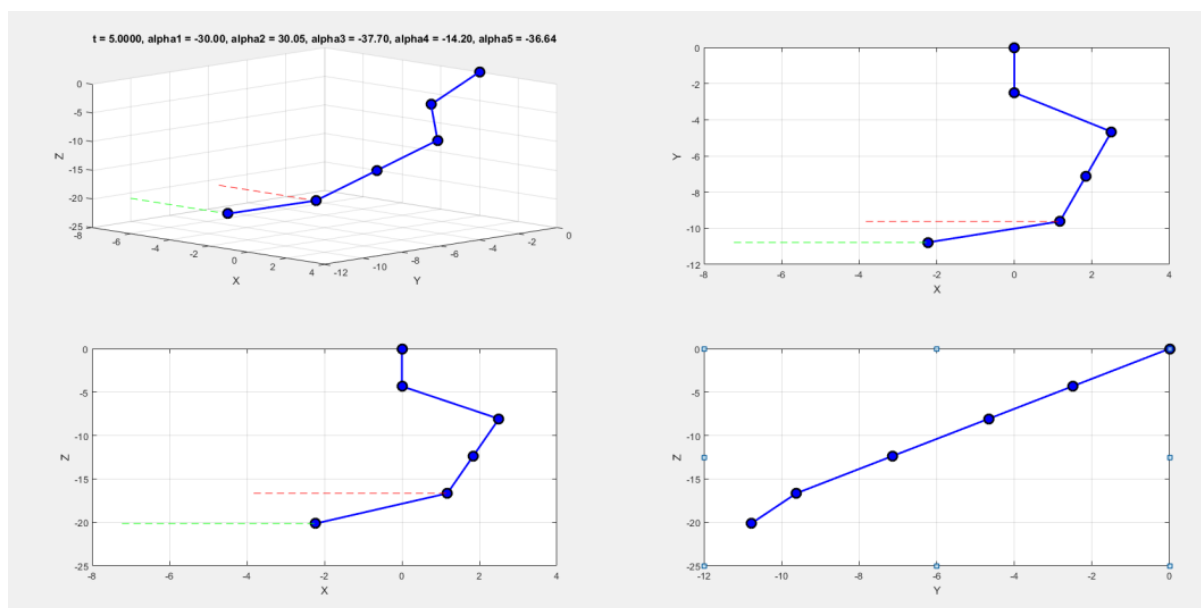
### **6.3. Вывод движения манипулятора в трехмерном пространстве**

Исходя из того, что мы задаем движение системы управления манипулятора по вектору скорости, то учитывая данную величину наши координаты будут изменяться соответствующе.

В результате получим кинематическое движение и значения восстановленных углов пятизвенного манипулятора.



**Рис. 3.** Начальное положение кинематической модели манипулятора в трехмерном пространстве с приведением его проекций на плоскости XY, XZ, YZ после задания параметров движения



**Рис. 4.** Конечное положение кинематической модели манипулятора в трехмерном пространстве с приведением его проекций на плоскости XY, XZ, YZ после задания параметров движения (Пример, движение вдоль оси X)

### Заключение

В результате проектирования был реализован программный код цифровой системы управления манипулятора: кинематическая реализация отображения и движения системы управления манипулятора, а также отладка программного кода в программной среде

Matlab. Реализация цифровой системы управления манипулятора является универсальной, позволяя нам проектировать систему управления для различных манипуляторов с различным заданием их законов движения. Данное проектирование цифровой системы управления многозвенного манипулятора позволяет выявить неисправности в работе манипулятора на этапе цифрового моделирования. В результате чего получаем готовую систему управления манипулятора с уже отлаженной цифровой кинематической частью. Что позволит сэкономить время проектирования манипулятора, затраты на доработку многозвенных манипуляторов и повысить эффективность проектирования при разработке манипуляторов [1].

### Список литературы

- [1]. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника; пер. с англ. под ред. В.Г. Градецкого. М.: Мир. 1989. 624 с.
- [2]. Зенкевич С.Л, Ющенко А.С. Управление роботами. Основы управления манипуляционными роботами: Учеб. для вузов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2000. 400 с.
- [3]. Остроух А.В., Николаев А.Б. Интеллектуальные системы в науке и производстве / Учебно-методическое пособие. ISBN-13 978-3-65998006-0. Saarbrücken, Germany: Palmarium Academic Publishing. 2012. 312 с.